Proposition de correction de l'épreuve de mathématiques, DNB 2019

Remarque : cette correction n'est pas le reflet exact de ce qui pouvait être attendu et évalué sur les copies. Pour certaines questions différentes méthodes sont proposées.

Exercice 1.

1°. $69 = 3 \times \mathbf{23}$ $\qquad 1\,150 = 2 \times 5 \times 5 \times \mathbf{23}$

$$4\,140 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times \mathbf{23}$$

Méthode : en utilisant la calculatrice ou par décompositions successives,

$$Par\ exemple : 1\,150 = \underbrace{115}_{divisible\ par\ 5} \times \underbrace{10}_{2\times5} = 5 \times 23 \times 2 \times 5$$

2°. Puisque toutes les pièces, les perles et les diamants ont été distribués, le nombre de marins doit être un **diviseur commun** de 69, 1 150 et 4 140.
En observant les décompositions de la question 1° ce diviseur commun est 23.

Il y a donc 23 marins.

Exercice 2.

1°. Dans le triangle ADM rectangle en A,

$$\tan(\widehat{ADM}) = \frac{AM}{AD} \quad soit \quad \tan(60) = \frac{AM}{2} \quad donc \quad AM = 2 \times \tan(60) \approx 3{,}46$$

On a bien AM ≈ 3,46 m

2°. ➢ $Aire\ de\ ABCD = AB \times AD = 2 \times 4 = 8\,m^2$

➢ $MB = AB - AM = 4 - 3{,}46 = 0{,}54\,m$ (valeur approchée)

$Aire\ de\ MBCN = BC \times MB = 2 \times 0{,}54 = 1{,}08\,m^2$
(valeur approchée, ABCD est un rectangle donc BC = AD)

Remarque : la partie non utilisée représente donc 1,08 m² **sur** les 8 m² de ABCD.

$$Proportion\ non\ utilis\acute{e}e = \frac{Aire\ de\ MBCN}{Aire\ de\ ABCD} = \frac{1{,}08}{8} = 0{,}135 \ (\text{valeur approchée})$$

Une valeur approchée au centième de la proportion de la plaque non utilisée est 0,14

Remarque :

$$Dans\ ce\ cas\ \textbf{pr}\acute{e}\textbf{sent}\ la\ proportion\ correspondait\ aussi\ \grave{a}\ \frac{MB}{AB} = \frac{0{,}54}{4} = 0{,}135 \approx 0{,}14$$

3°. Rappels :

- Des triangles sont semblables si ils ont 2 mesures d'angles communes (donc 3 !)
- Dans un triangle rectangle les 2 angles aigus sont complémentaires.

$\widehat{MAD}, \widehat{AMN}, \widehat{MND}, \widehat{NDA}$ *sont des angles droits car AMND est un rectangle*

$\widehat{NPD}$ *et* $\widehat{NPM}$ *sont des angles droits*

$\widehat{PDN} = \widehat{ADN} - \widehat{ADM} = 90 - 60 = 30°$

Dans DPN rectangle en P, $\widehat{DNP} = 90 - \widehat{PDN} = 90 - 30 = 60°$

Dans ADM rectangle en A, $\widehat{AMD} = 90 - \widehat{ADM} = 90 - 60 = 30°$

$\widehat{PMN} = \widehat{AMN} - \widehat{AMD} = 90 - 30 = 60°$

Pour les triangles PMN, PND et AMD on a :

$\widehat{MPN} = \widehat{NDP} = \widehat{MAD}$ *et* $\widehat{PMN} = \widehat{PND} = \widehat{ADM}$

Les triangles PMN, PND et AMD sont donc bien semblables.

4°. <u>Une méthode :</u> dans ADM rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore :

$MD^2 = AD^2 + AM^2 = 2^2 + 3{,}46^2 = 15{,}9716$

$MD = \sqrt{15{,}9716} \approx 4\ m$ (valeur approchée au centième)

[MD] dans ADM correspond à [DN] dans PDN (DN = AM car AMND est un rectangle)

$$coefficient\ d'agrandissement = \frac{MD}{DN} = \frac{4}{3{,}46} \approx 1{,}16 \ < 1{,}5$$

Le coefficient d'agrandissement est bien plus petit que 1,5.

<u>Autre méthode :</u> [AD] dans ADM correspond à [PN] dans PDN, on calcule alors PN en utilisant

$$\sin(P\widehat{D}N) \ \ ou \cos(P\widehat{N}D) \ \ on\ obtient\ \ PN \approx 1{,}73, le\ coeffcient\ est\ alors\ \frac{AD}{PN} \approx 1{,}16$$

Exercice 3.

1°.a. $Rayon\ des\ cylindres\ C_1\ et\ C_2\ : 1{,}5 \div 2 = 0{,}75\ cm$

$Aire\ de\ la\ base\ des\ cylindres\ C_1\ et\ C_2 = \pi \times R^2 = \pi \times 0{,}75^2 = 0{,}5625\pi\ \ cm^2$

$Le\ cylindre\ C_2\ est\ rempli\ au\ deux\ tiers\ donc\ la\ hauteur\ de\ sable\ est\ \frac{2}{3} \times 4{,}2 = 2{,}8\ cm$

$$\boldsymbol{Volume\ de\ sable:\ 0{,}5625\pi \times 2{,}8 \approx 4{,}95\ cm^3}$$

b. $\frac{4{,}95}{1{,}98} = 2{,}5$

Le sable va s'écouler en 2,5 min soit 2 min 30 sec.

2°.a. 40 tests ont été réalisés au total.

b. ➢Temps minimum : 2 min 22 s, Temps maximum : 2 min 38 s, 38 – 22 = 16

L'étendue des temps est bien inférieure à 20 s

➢ Les temps sont déjà rangés dans l'ordre croissant. Ici la médiane est entre 2 min 29 s et 2 min 30 s. Prenons 2 min 29,5 s :

Il y a 20 mesures inférieures à 2 min 29,5 s **et** 20 mesures supérieures à 2 min 29,5 s

La médiane des temps est bien comprise entre 2 min 29 s et 2 min 31 s

➢ on peut calculer la moyenne pondérée « avec les secondes » :

$$\frac{22 + 24 + 2 \times 26 + 6 \times 27 + \cdots + 2 \times 35 + 3 \times 38}{40} = 30{,}1$$

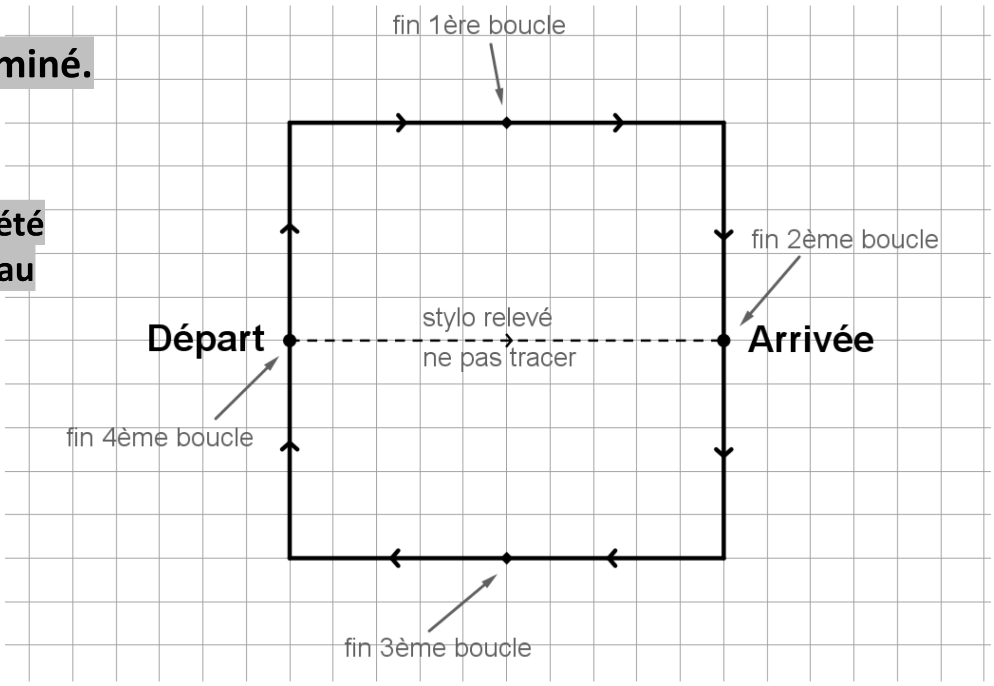
La moyenne des temps est de 2 min 30,1 s, elle est bien comprise entre 2min 28s et 2min 32s.

Le sablier ne sera pas éliminé.

Exercice 4.

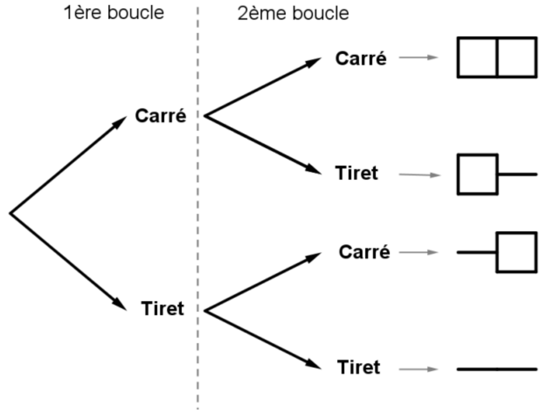
1°.

En supposant que le stylo a été placé en position d'écriture au préalable, le script « Carré » donne ➔



2°. Le **Script 1** correspond à une répétition régulière des motifs ➔ **Dessin B**.
Le **Script 2** trace les motifs de façon aléatoire ➔ **Dessin A**.

3°. *a.* *La probabilité que le premier élément tracé soit un carré est de* $\frac{1}{2}$

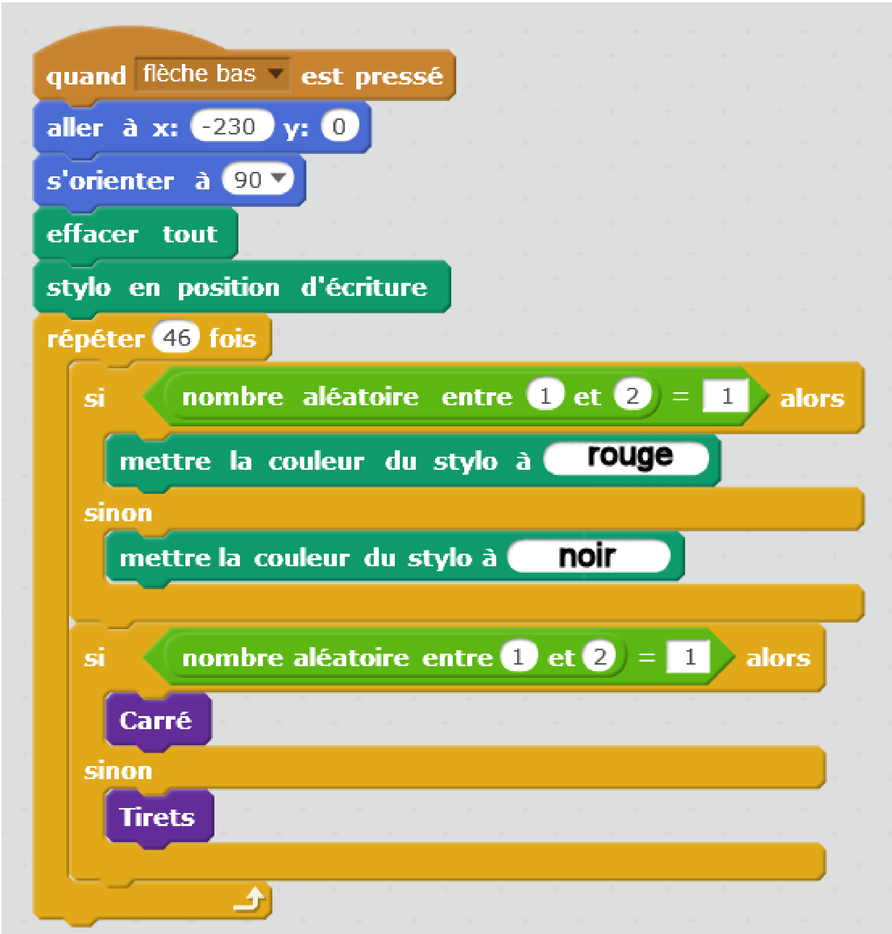


« Modèle de la pièce de monnaie lancée 2 fois »

b.

la probabilité que les deux premiers éléments soient des carrés est de $\frac{1}{4}$

4°.



Exercice 5.

1°.a. Le **rectangle ③ est l'image du rectangle ④** par la translation qui transforme C en E.

b. Le **rectangle ③ est l'image du rectangle ①** par la rotation de centre F et d'angle 90 ° dans le sens des aiguilles d'une montre.

c.

Le **rectangle ABCD est l'image du rectangle ②** par l'homothétie de **centre D** et de rapport 3.
Autres réponses possibles :
Le **rectangle ABCD est l'image du rectangle ④** par l'homothétie de **centre C** et de rapport 3.

Le **rectangle ABCD est l'image du rectangle ③** par l'homothétie de **centre B** et de rapport 3.

2°. Puisque ABCD est l'image du rectangle ② par une homothétie de rapport 3 :

$$\text{Rectangle ②} \xrightarrow{longueur \times 3} \text{Rectangle ABCD}$$

$$\xrightarrow{Aire \times 3^2 \; donc \; Aire \times 9}$$

Aire = 1,215 m²

$donc\ Aire\ petit\ rectangle : \dfrac{1{,}215}{9} = 0{,}135\ m^2$

L'aire d'un petit rectangle est de 0,135 m².

3°. Le ratio « longueur **:** largeur » de ABCD est de 3 **:** 2 donc

$\dfrac{AB}{AD} = \dfrac{3}{2} = 1{,}5 \quad donc \quad AB = 1{,}5\ AD \quad l'aire\ de\ ABCD\ s'écrit\ donc :$

$Aire\ de\ ABCD : AB \times AD = 1{,}5\ AD \times AD = 1{,}5\ AD^2$ on a donc

$1{,}5\ AD^2 = 1{,}215 \quad ➔ \quad AD^2 = \dfrac{1{,}215}{1{,}5} = 0{,}81 \quad ➔ \quad AD = \sqrt{0{,}81} = 0{,}9 \quad (AD > 0)$

$AB = 1{,}5 \times 0{,}9 = 1{,}35\ m$

La longueur de ABCD est donc de 1,35 m et sa largeur de 0,9 m.

Exercice 6.

1°. Programme 1 : 5 ➔ 15 ➔ 16 ok

Programme 2 : 5 ➚ 4 ➘ 28 ok
5 ➘ 7 ➚ 28

2°.a. $\boldsymbol{A(x) = 3x + 1}$

b. $On\ cherche\ x\ tel\ que\ A(x) = 0 \quad soit \quad 3x + 1 = 0 \quad \ldots\ \ldots\ \ldots\ x = -\dfrac{1}{3}$

$Le\ résultat\ du\ programme\ 1\ est\ 0\ en\ choisissant\ -\dfrac{1}{3}\ comme\ nombre\ de\ départ.$

3°. $B(x) = (x-1)(x+2) = x^2 + 2x - x - 2 = x^2 + x - 2$

$$\boldsymbol{B(x) = x^2 + x - 2}$$

4°. $\boldsymbol{a}$. $B(x) - A(x) = x^2 + x - 2 - (3x+1) = x^2 + x - 2 - 3x - 1 = x^2 - 2x - 3$

$or \quad (x+1)(x-3) = x^2 - 3x + x - 3 = x^2 - 2x - 3$

On a donc bien $\boldsymbol{B(x) - A(x) = (x+1)(x-3)}$

b. Soit x un nombre de départ tel que le programme 1 et le programme 2 donnent le même résultat on a alors $B(x) = A(x)$ $soit\ encore\ B(x) - A(x) = 0$ par conséquent :

$(x+1)(x-3) = 0$

Or un produit de facteurs est nul si l'un des facteurs est nul :

$x + 1 = 0 \quad ➔ \quad x = -1 \qquad ou \qquad x - 3 = 0 \quad ➔ \quad x = 3$

Les nombres de départ à choisir pour que les 2 programmes donnent le même résultat sont -1 et 3.